

Stručni rad

Prihvaćeno 1. 12. 2005.

**NIKOleta SUDETA  
MARIJA ŠIMIĆ**

# Zrcalne slike u perspektivi

## Reflections in Perspective

### ABSTRACT

The paper gives an overview of the constructions of reflections in perspective with horizontal line of sight. A few examples are represented depending on the position of the reflecting plane  $\Sigma$  with respect to the horizontal plane and picture plane  $\Pi$ . Reflecting surface can be perpendicular to the picture plane  $\Pi$  or inclined to it. The solutions of those examples are reached by applying the basic rule of geometrical optics and equivalent angles.

**Key words:** reflections in perspective, normals to the reflecting plane, vanishing points, equivalent angles

**MSC 2000:** 51N05

## Zrcalne slike u perspektivi

### SAŽETAK

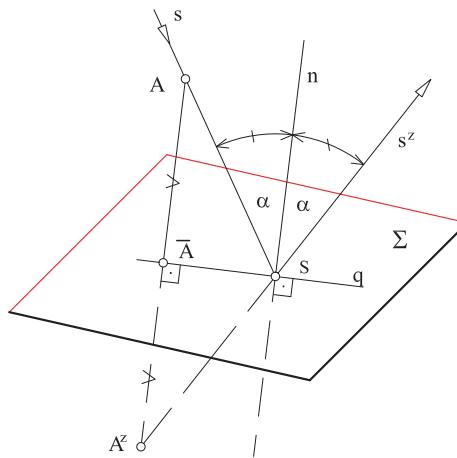
Članak daje pregled konstrukcija zrcalnih slika u perspektivi s horizontalnom osi pogleda. Promatraju se slučajevi ovisno o položaju ravnine zrcala  $\Sigma$  prema horizontalnoj ravnini i ravnini slike  $\Pi$ . Ravnina zrcala je ili okomita na ravninu slike  $\Pi$  ili je u općem položaju prema njoj. Primjenom osnovnog pravila geometrijske optike te korištenjem jednakosti kuteva dana su konstruktivna rješenja pojedinih slučajeva.

**Ključne riječi:** zrcalne slike u perspektivi, okomice na ravninu zrcala, nedogledi, jednakost kuteva

Perspektivna slika neke građevine često se upotpunjuje zrcalnim slikama ako se građevina nalazi u neposrednoj blizini vodene površine ili ispred vertikalne staklene fasade susjedne zgrade. To se javlja i u interijeru u kojem se nalaze vertikalno ili koso postavljena zrcala, glatke podne ili stropne obloge.

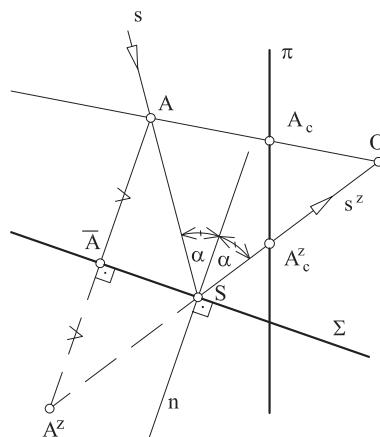
Princip konstrukcije zrcalne slike na nekoj ravnini temelji se na zakonu geometrijske optike. Naime, probada li neki pravac  $s$  ravninu  $\Sigma$  u točki  $S$ , tada njegova zrcalna slika  $s^z$  prolazi točkom  $S$ , a pravci  $s$  i  $s^z$  zatvaraju s okomicom  $n$  na ravninu  $\Sigma$  u točki  $S$  jednake kuteve. Pravci  $s$ ,  $s^z$  i  $n$  pripadaju istoj ravnini  $\Delta$  koja je okomita na  $\Sigma$ . Nekoj točki  $A$  zrcalna slika u odnosu na  $\Sigma$  je točka  $A^z$ . Polovište  $\bar{A}$  dužine

$\overline{AA^z}$  je u ravnini  $\Sigma$  (slika 1a). Svaka točka ravnine zrcala  $\Sigma$  podudara se, dakako, sa svojom zrcalnom slikom. Zrcalna slika bilo kojeg pravca  $p$ , usporednog s ravninom  $\Sigma$ , je pravac  $p^z$  usporedan s pravcem  $p$ .



Slika 1a

Zrcalna ravnina  $\Sigma$ , općeg položaja prema ravnini slike  $\Pi$ , okomito projicirana u smjeru presječnice ravnina  $\Sigma$  i  $\Pi$ , prikazana je na slici 1b. Centralna projekcija točke  $A$  označena je s  $A_c$ , a centralna projekcija njezine zrcalne slike  $A^z$  s  $A_c^z$ . Tada se pravac  $s$  može tumačiti kao zraka svjetlosti koja se prolazeći točkom  $A$  odbija od zrcalne ravnine  $\Sigma$  i tek tada kao  $s^z$  dolazi u očište  $O$ .



Slika 1b

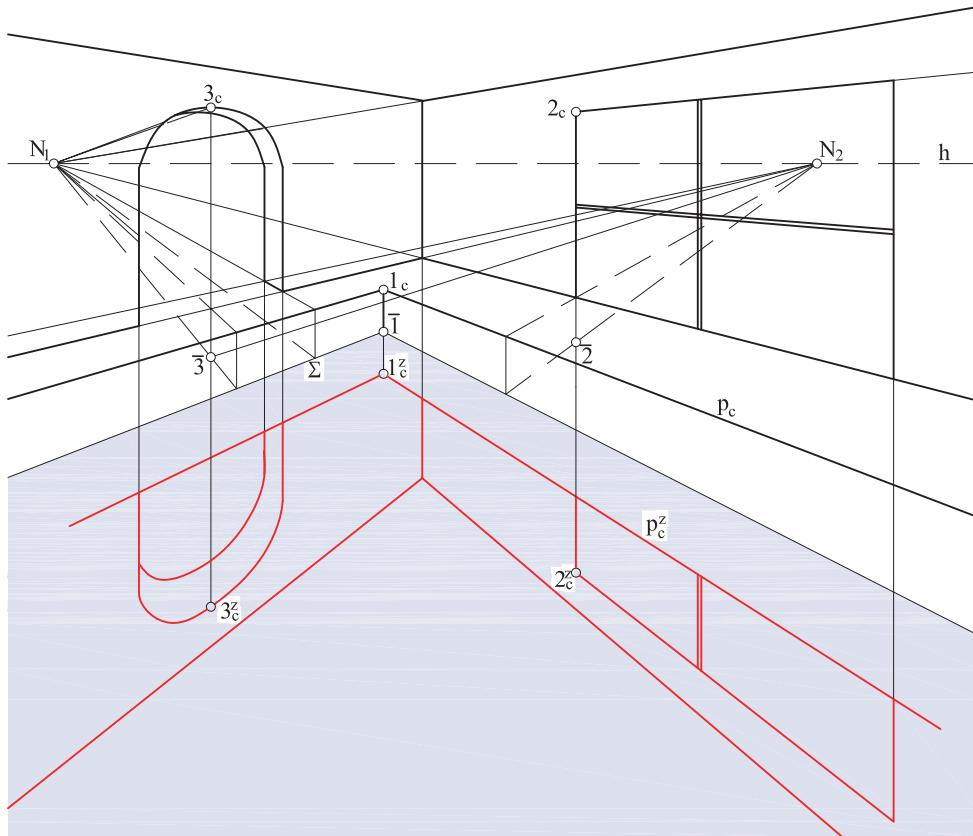
## 1 Horizontalna zrcala

Na slici 2. prikazana je u perspektivi s horizontalnom osi pogleda unutrašnjost jednog dijela prostorije i njena zrcalna slika na glatkoj površini vode u bazenu. U takvoj su perspektivi konstrukcije zrcaljenja najjednostavnije, jer su okomice na zrcalnu ravninu usporedne s ravninom slike  $\Pi$ , pa se dužine na takvim pravcima zrcale bez promjena duljina, a polovišta ostaju sačuvana. Tako je na slici 2. dužina  $1_c \bar{1}$  zrcalna slika dužine  $1 \bar{1}$ , jer točka  $\bar{1}$  leži u zrcalnoj ravnini  $\Sigma$ . Analogna je konstrukcija ostalih točaka, samo što se na vertikali koja prolazi točkom  $2_c$  (odnosno  $3_c$ ) treba prethodno odrediti točka  $\bar{2}$  (odnosno  $\bar{3}$ ) u razini ravnine  $\Sigma$ . Pravac  $p$  (rub bazena) je usporedan s ravninom  $\Sigma$ , pa je i njegova zrcalna slika  $p^z$  usporedna s  $p$ . Stoga njihove perspektivne slike  $p_c$  i  $p_c^z$  imaju zajednički nedogled  $N_1$ . Analogno vrijedi za sve horizontalne pravce na slici 2. Ista se konstrukcija primjenjuje i za bokocrtno zrcalo jer su okomice na ravninu zrcala i u tom slučaju paralelne s ravninom slike  $\Pi$ .

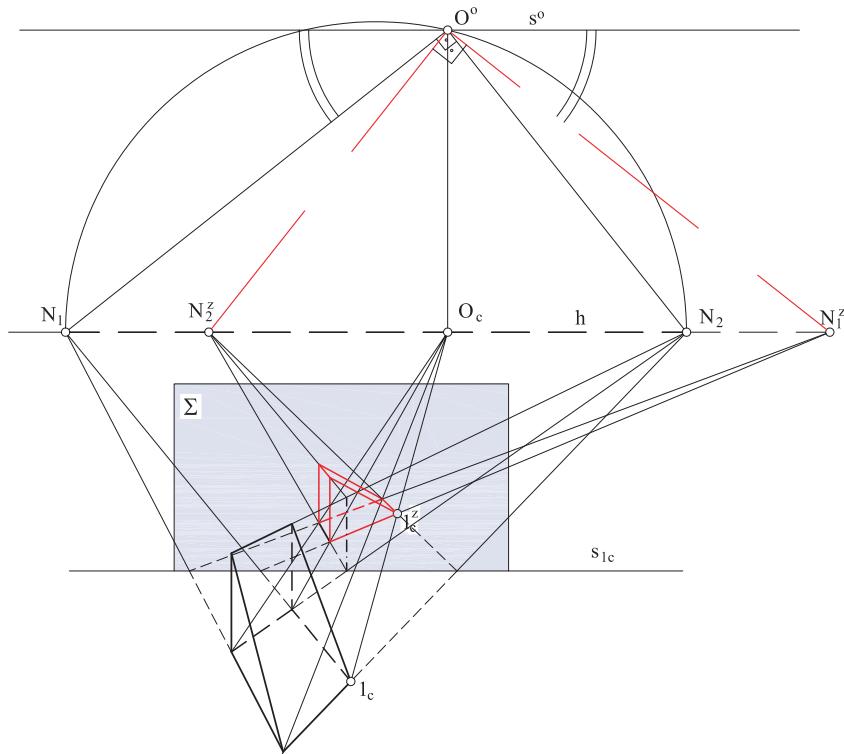
## 2 Vertikalna zrcala

Neka je zadana perspektivna slika uspravne trostrane prizme i frontalno zrcalo  $\Sigma$  usporedno s ravninom slike  $\Pi$  (slika 3). Nedogledi međusobno okomitih smjerova horizontalnih bridova prizme su  $N_1$  i  $N_2$ . Okomice na zrcalnu ravninu okomite su i na ravninu  $\Pi$  pa im je nedogled glavna točka  $O_c$ . Na takvim se pravcima ne čuvaju omjeri pa se koristi svojstvo da pravac i njegov zrcalni pravac zatvaraju s ravninom zrcala isti kut. Prave veličine kuteva konstruiraju se u rotiranom položaju pa je  $\angle(N_1 O^o, s^o) = \angle(s^o, O^o N_1^z)$  i analogno  $\angle(N_2 O^o, s^o) = \angle(s^o, O^o N_2^z)$ . Zbog toga se zrcalni nedogledi  $N_1^z$  i  $N_2^z$  nalaze na horizontu  $h$  i simetrični su s obzirom na  $O_c$  nedogledima  $N_1$  i  $N_2$ . Točka  $1_c$  i njezina zrcalna slika  $1_c^z$  leže na okomici na ravninu  $\Sigma$ , dakle, na pravcu s nedogledom  $O_c$ . Pravac  $N_1 1_c$  i njegova zrcalna slika  $N_1^z 1_c^z$  sijeku se u točki zrcalne ravnine na njenom prvom tragu  $s_{1c}$ . Na taj je način uz konstrukciju visine prizme dobivena zrcalna slika zadane prizme.

Na slici 4b prikazano je zrcaljenje prizme na vertikalnom zrcalu  $\Sigma$  kosom prema ravnini slike  $\Pi$ . Na tlocrtnom prikazu (slika 4a) točki  $1'$  konstruirana zrcalna slika  $1^{z'}$  nalazi se na okomici  $n'$  s obzirom na trag  $s_1$  tako da vrijedi  $\overline{1_s 1'} = \overline{1_s 1^{z'}}$ .



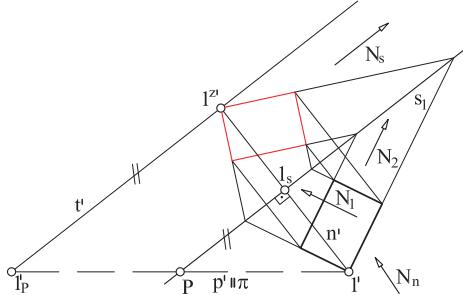
Slika 2



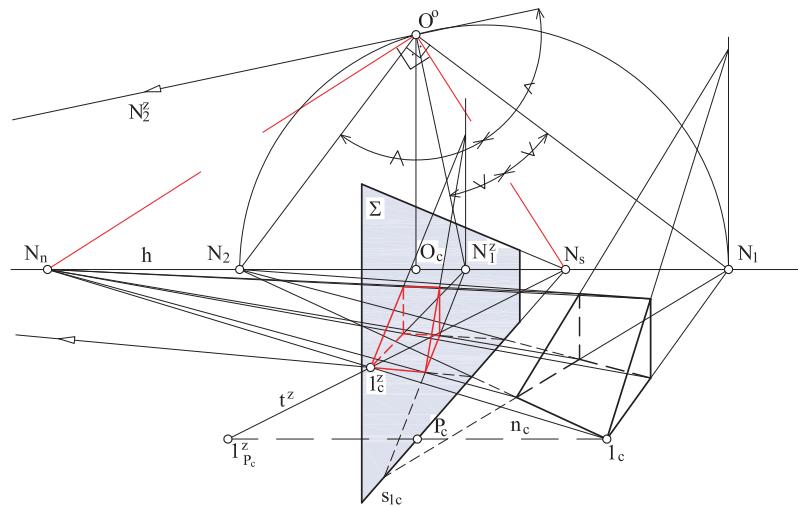
Slika 3

Budući da ta jednakost u perspektivi ne ostaje sačuvana, osim na pravcima paralelnim s ravninom slike, položen je točkom  $1'$  pomoći pravac  $p'$  usporedan s  $\Pi$ , na kojem je  $1'P = P1_p'$ . Pravac  $t'$  točkom  $1_p'$  paralelan s prvim tragom zrcalne ravnine  $s_1$ , siječe okomicu  $n'$  u zrcalnoj točki  $1^z'$ . Ova se konstrukcija koristi u perspektivi. Budući da je točka  $N_s$  nedogled svih horizontalnih bridova ravnine zr-

cala, a točka  $N_n$  nedogled svih okomica na ravninu zrcala  $\Sigma$ , vrijedi  $N_s O^o \perp O^o N_n$ . Postupkom primjenjenim u slučaju frontalnog zrcala tj. izjednačavanjem kuteva  $\angle N_1 O^o N_s = \angle N_s O^o N_1^z$  i  $\angle N_2 O^o N_s = \angle N_s O^o N_2^z$  dobiju se nedogledi zrcalnih slika okomitih smjerova horizontalnih bridova prizme. Analogno prethodnom slučaju konstruira se zrcalna slika cijele prizme.



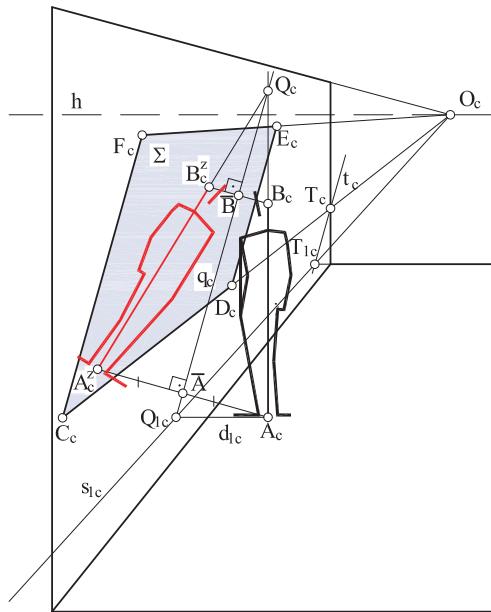
Slika 4a



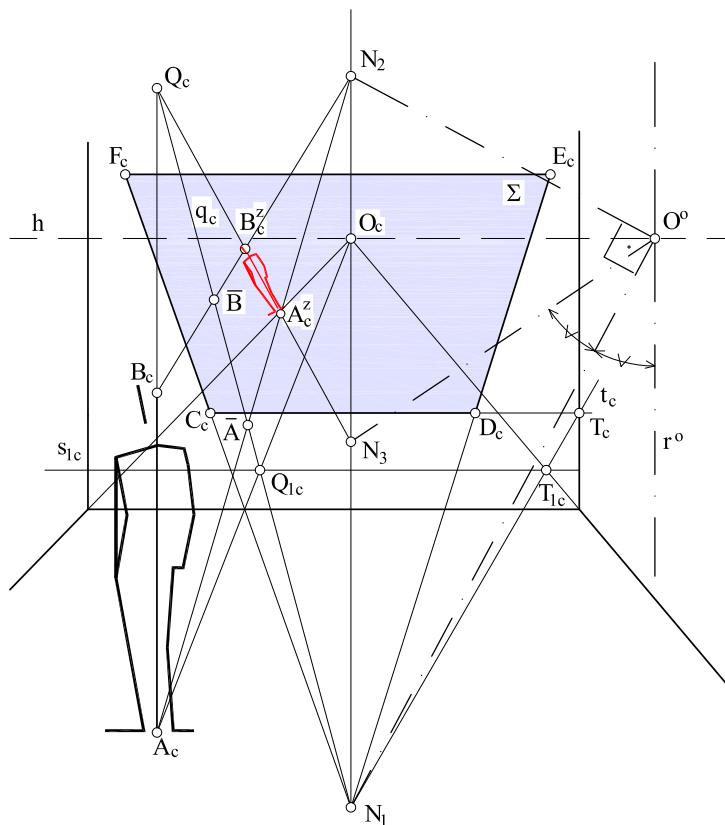
Slika 4b

### 3 Zrcala nagnuta prema horizontalnoj ravnini

Na bokocrtni zid sobe, koja je u frontalnom položaju, naslonjeno je pravokutno zrcalo  $CDEF$  svojim horizontalnim bridom  $CD$  (slika 5). Nedogled horizontalnih stranica zrcala  $C_cD_c$  i  $E_cF_c$ , okomitih na ravnicu slike  $\Pi$ , je glavna točka  $O_c$ . Stranice  $\overline{CF}$  i  $\overline{DE}$  su paralelne s ravninom slike pa su i njihove perspektivne slike međusobno paralelne. Prvi trag  $s_{1c}$  ravnine zrcala  $\Sigma$  je spojnica točaka  $O_c$  i  $T_{1c}$ , prvog probodišta presječnice  $t_c$  ravnine zrcala i frontalnog zida sobe. Zbog toga je presječnica  $t_c$  paralelna s bridom  $\overline{D_cE_c}$  i prolazi točkom  $T_c$ . Na takvom zrcalu zrcali se vertikalna dužina  $\overline{AB}$  (visina figure). Vertikalni pravac  $AB$  i njegova zrcalna slika  $A^zB^z$  nalaze se u ravnini  $\Delta$  okomitoj na  $\Sigma$ . Ona je također vertikalna (okomita na horizontalnu ravnicu) i paralelna s ravninom slike  $\Pi$ . Presječnica ravnine  $\Delta$  i ravnine  $\Sigma$  je pravac  $q_c$  paralelan s  $C_cF_c$ . Prvo probodište tog pravca je točka  $Q_{1c}$ , konstruirana kao sjecište prvog traga  $s_{1c}$  ravnine  $\Sigma$  i prvog traga  $d_{1c}$  ravnine  $\Delta$ . Točka  $A_c$  i njena zrcalna slika  $A_c^z$  leže na pravcu okomitom na ravnicu zrcala  $\Sigma$ . Budući da je taj pravac paralelan s  $\Pi$  vrijedi  $A_c\overline{A} = \overline{AA}_c^z$ . Analogno vrijedi  $B_c\overline{B} = \overline{BB}_c^z$ . Pravci  $A_cB_c$  i  $A_c^zB_c^z$  moraju se sjeći u točki  $Q_c$  presječnice  $q_c$ .



Slika 5

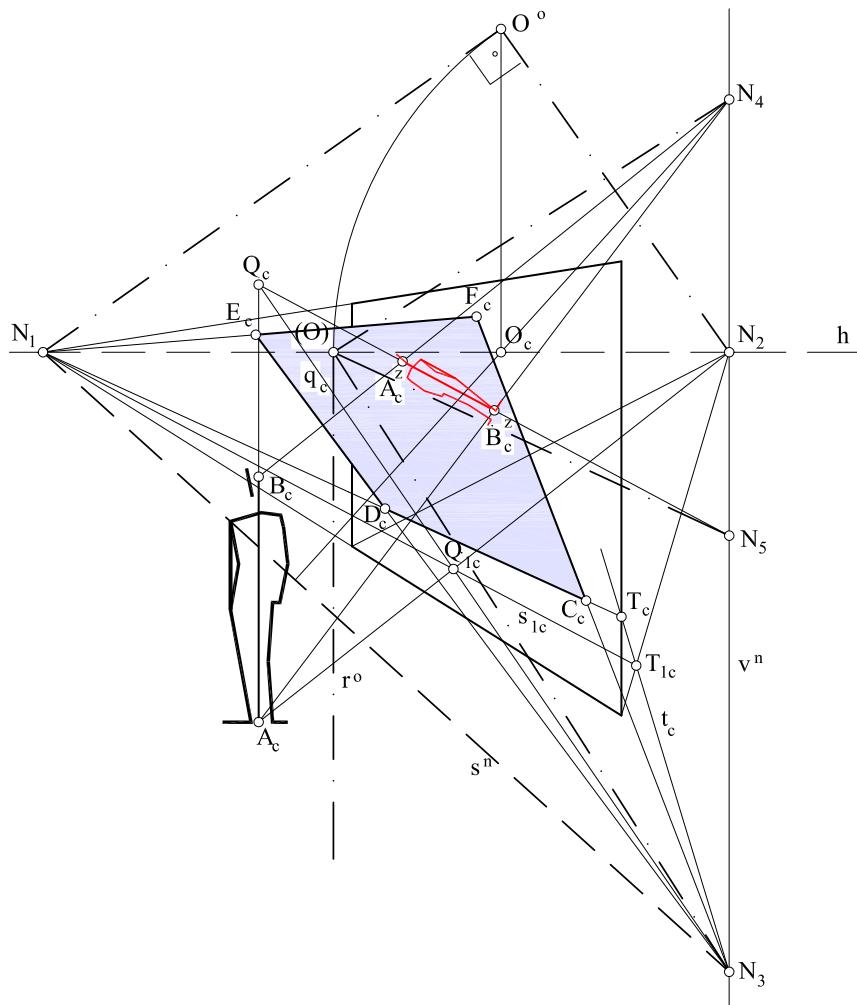


Slika 6

Na slici 6. prikazano je pravokutno zrcalo  $CDEF$  donjim horizontalnim bridom pričvršćeno za frontalni zid sobe. Ovaj slučaj je malo složeniji od prethodnog. Nedogled  $N_1$  stranica  $\overline{C_cF_c}$  i  $\overline{D_cE_c}$  nalazi se na vertikali točkom  $O_c$ , tj. nedoglednici svih vertikalnih ravnina okomitih na ravninu slike. Ravnina  $\Delta$  postavljena pravcem  $AB$  okomito na ravninu zrcala okomita je i na horizontalnu ravninu i na ravninu slike. Prvi trag  $s_{1c}$  ravnine zrcala  $\Sigma$  i njena presječnica  $q_c$  s ravninom  $\Delta$  određeni su kao na slici 5. Nedogled  $N_2$  svih pravaca okomitih na ravninu zrcala  $\Sigma$  konstruirana se na poznati način ( $\angle N_1O^oN_2 = 90^\circ$ ). Točka  $N_3$ , nedogled pravca  $A_c^zB_c^z$ , dobivena je jednakosću kuteva  $\angle(r^o, O^oN_1) = \angle(N_1O^o, O^oN_3)$ . Zrcalna slika  $A_c^z$  (odnosno  $B_c^z$ ) točke  $A_c$  (odnosno  $B_c$ ) konstruirana je kao sjecište okomice točkom  $A_c$  (odnosno  $B_c$ ) na ravninu  $\Sigma$  i pravca  $Q_cN_3$ .

U posljednjem slučaju pravokutno zrcalo  $CDEF$  pričvršćeno je na vertikalnu ravninu, općeg položaja prema ravnini slike  $\Pi$  (slika 7.). Točka  $N_1$  je nedogled horizontal-

nih pravaca vertikalne ravnine, a  $N_2$  svih pravaca okomitih na tu ravninu. Nedoglednica  $v^n$  svih vertikalnih ravnina okomitih na ravninu zrcala je vertikala točkom  $N_2$ . Neka je  $N_3$  nedogled stranica  $\overline{D_cE_c}$  i  $\overline{C_cF_c}$ . On mora ležati na nedoglednici  $v^n$ . Ravnina  $\Delta$ , postavljena pravcem  $AB$ , okomita je na ravninu zrcala. Prvi trag  $s_{1c}$  i presječnica  $q_c$  konstruirani su kao i u prethodnim slučajevima. Pravac  $s^n$ , tj. spojnica  $N_1N_3$  je nedoglednica ravnine zrcala  $\Sigma$ . Nedogled  $N_4$  svih okomica na tu ravninu dobije se konstrukcijom pravog kuta u rotiranom položaju. Također se može konstruirati i kao nedogled svih okomica ravnine  $\Sigma$ . Kao i dosad, pravac  $A_cB_c$  i njegova zrcalna slika  $A_c^zB_c^z$  sijeku se u točki  $Q_c$  zrcalne ravnine  $\Sigma$ . Jednakost kuteva  $\angle(r^o, (O)N_3) = \angle N_3(O)N_5$  daje nedogled  $N_5$  pravca  $A_c^zB_c^z$ . Dakle, točka  $A_c^z$  (odnosno  $B_c^z$ ) je sjecište pravaca  $A_cN_4$  i  $Q_cN_5$  (odnosno  $B_cN_4$  i  $Q_cN_5$ ). Primjenom opisanih postupaka mogu se konstruirati zrcalne slike u perspektivi, s horizontalnom osi pogleda, objekata postavljenih na horizontalnu ravninu.



Slika 7

## Literatura

- [1] ABBOTT, W., *Theory and Practice of Perspective*, Blackie & Son Limited, London and Glasgow, 1964.
- [2] BOŽIČEVIĆ, J., *Linearna perspektiva*, Zagreb, 1942.
- [3] KURILJ, P., SUDETA, N., ŠIMIĆ, M., *Perspektiva*, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, Arhitektonski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 2005.
- [4] NIČE, V., *Perspektiva*, Školska knjiga, Zagreb, 1978.

---

**Nikoleta Sudeta**

e-mail: nikoleta.sudeta@arhitekt.hr

**Marija Šimić**

e-mail: marija.simic@arhitekt.hr

Arhitektonski fakultet Sveučilišta u Zagrebu  
Kačićeva 26, 10000 Zagreb